



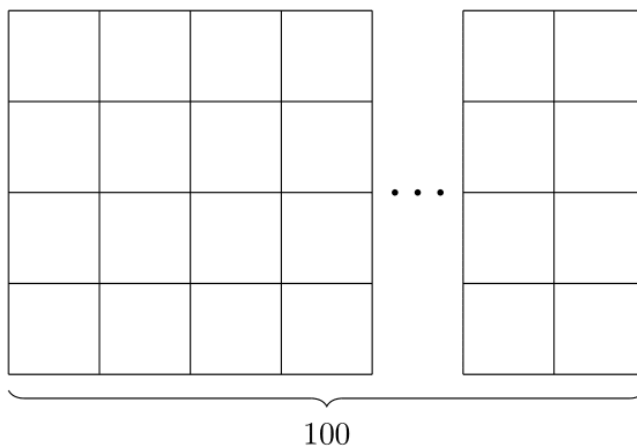
Matematyczne Pojedynki
Preeliminacje 2022 — Zadania 1-7
Kategoria: Open



Link do formularza odpowiedzi w kat. Open: <https://forms.gle/ruubKHjbSTPjv5ie8>

ZADANIE 1. „Bardzo dużo prostokątów”

Dany jest prostokąt o wymiarach 100×4 złożony z kwadratów o boku 1 (jak na rysunku). Ile prostokątów można znaleźć w tym prostokącie?



ZADANIE 2. „Trebusze i Piechurzy”

Dzisiaj gramy w statki, a niezbyt popularną rozrywką starożytnych Greków była gra „Trebusze i Piechurzy” o niemalże identycznych zasadach. Różniły się jedynie kształty jednostek. Wiedząc, że na kwadratowej planszy 8×8 (o numerach wierszy/kolumn od 1 do 8) Ploiones zawsze pierwszy ruch wykonuje atakując jedno pole, dla którego suma numeru wiersza i kolumny jest podzielna przez 7. Na ile sposobów można umieścić szuk z dziewięciu piechurów ustawionych w kwadracie 3×3 , aby żadne pole kwadratu na pewno nie zostało zaatakowane przez pierwszy ruch Ploionesa?

ZADANIE 3. „Ciąg Telesfora”

Telesfor tworzy ciąg liczb całkowitych zaczynając od 2022. Aby obliczyć kolejny wyraz ciągu, od ostatniej napisanej liczby odejmuje sumę jej cyfr. Zatem pierwsze pięć wyrazów jego ciągu to 2022, 2016, 2007, 1998, 1971. Jaki będzie dwa tysiące dwudziesty drugi wyraz ciągu Telesfora?

ZADANIE 4. „Moduł”

Ile wynosi wartość poniższego wyrażenia?

$$|\dots| ||||1 - 2| - 3| - 4| - 5| \dots - 2022|$$

ZADANIE 5. „Wygrana w kółko i krzyżyk”

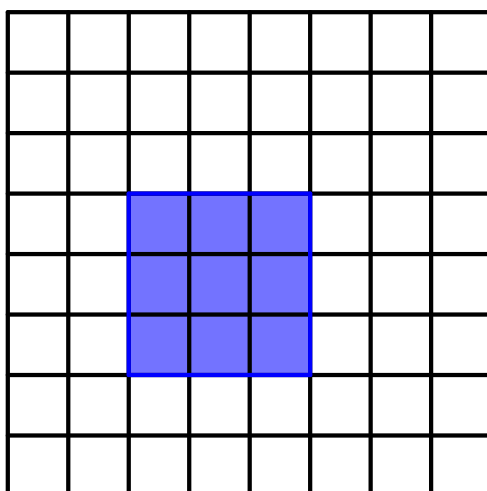
Jaś i Małgosia grają w kółko i krzyżyk na tablicy szkolnej. Grę rozpoczął Jaś. Po niezbyt długiej rozgrywce Jaś wygrał w swoim trzecim ruchu wpisując trzecie kółko. Ile istnieje możliwych końcowych zapisów planszy, jakie mogły powstać podczas gry Jasia i Małgosi?

ZADANIE 6. „Rzut monetą”

Konstantinos i Antonis rzucają symetryczną monetą, każdy po trzy razy. Wygrywa ten, któremu więcej razy wypadnie rewers monety. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej Antonisa?

ZADANIE 7. „Sześćścian”

Z dokładnie sześciu identycznych trójkątów równobocznych o boku 6cm ułożono bryłę. Jaka (w cm^3) jest jej objętość?



Odpowiedzi:

ZADANIE 1. „Bardzo dużo prostokątów” $\binom{101}{2} \cdot \binom{5}{2} = 5050 \cdot 10 = 50500$

ZADANIE 2. „Trebuse i Piechurzy” 10

ZADANIE 3. „Ciąg Telesfora” 0

ZADANIE 4. „Moduł” 1011

ZADANIE 5. „Wygrana w kółko i krzyżyk” 120

ZADANIE 6. „Rzut monetą” $\frac{11}{32}$

ZADANIE 7. „Sześćścian” $36\sqrt{2}$