

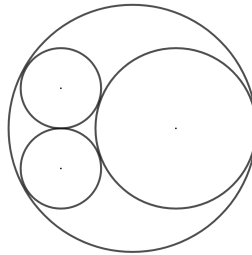


# Matematyczne Pojedynki Finał 2022 — Zadania 1-7



## ZADANIE 1. „Fanta-styczne”

Fanta nakreślił trzy koła parami styczne zewnętrznie, o promieniach 1, 1 i 2. Jaki promień ma koło styczne wewnętrznie do każdego z tych 3 kół?



## ZADANIE 2. „Suma, iloczyn i iloraz”

Ile jest par liczb rzeczywistych, których suma, iloczyn i iloraz są równe?

## ZADANIE 3. „Obroty”

Niech działanie  $R(A, B)$  oznacza obrót o 90 stopni przeciwnie do ruchu wskazówek zegara punktu  $A$  wokół punktu  $B$ , wówczas  $R((1; 0), (0; 0)) = (0; 1)$ . Obliczyć  $R(R(R(R(R((1; 0), (0; 0)), (-1; 0)), (-1; -1)), (0; -1)), (0; 0))$ .

## ZADANIE 4. „Rozkład na czynniki”

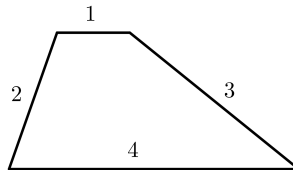
Podaj, ile jest liczb dwucyfrowych, których rozkład na czynniki pierwsze nie zawiera liczb mniejszych niż 6.

## ZADANIE 5. „Kości w Słonecznej Krainie”

Miś Fantazy gra z Zagadką w kości. Gra polega na jednoczesnym rzucie trzema standardowymi, sprawiedliwymi sześciennymi kośćmi do gry. Wygrywa ten, kto wyrzuci większą sumę. W przypadku remisu nikt nie wygrywa. Zagadka wyrzuciła 2, 4 i 5. Jakie jest prawdopodobieństwo, że miś Fantazy wygra grę w kości?

## ZADANIE 6. „Trapez 1234”

Jakie jest pole trapezu o bokach długości 1, 2, 3 i 4 (patrz rysunek poniżej)?



## ZADANIE 7. „Logarytmy Roszpunki”

Do wieży Roszpunki przyjechał rycerz i rzekł: „Roszpunko, spuść tu swe włosy, bym mógł Cię ocalić”. Roszpunka odpowiedziała: „Tylko znający logarytmy rycerz może mnie uratować, więc powiedz mi najpierw, jaka jest minimalna wartość wyrażenia  $2^a + 3^b + 5^c$ , jeżeli  $ab = \log_3 5$ ,  $bc = \log_2 3$  i  $ca = \log_2 3$ ”. Właśnie, jaka to wartość?

