

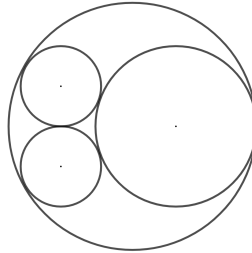


Matematyczne Pojedynki Finał 2022 — Zadania 1-7



ZADANIE 1. „Fanta-styczne”

Fanta nakreślił trzy koła parami styczne zewnętrznie, o promieniach 1, 1 i 2. Jaki promień ma koło styczne wewnętrznie do każdego z tych 3 kół?



ZADANIE 2. „Suma, iloczyn i iloraz”

Ile jest par liczb rzeczywistych, których suma, iloczyn i iloraz są równe?

ZADANIE 3. „Żółw i zając”

Na trasie o długości 5 km ścigają się żółw i zając. Zgodnie z naturą te zwierzęta mają odmienne taktyki biegu. Żółw porusza się ze stałą prędkością $0,5 \frac{m}{s}$, a zając biegnie z jednostajnym przyspieszeniem $1 \frac{m}{s^2}$. Pewny swego zając postanawia na początku wyścigu zająć się spaniem, a bieg odłożyć na ostatnią chwilę. Ile, co najwyżej, może zającowi zająć sen, żeby ten nie przegrał wyścigu? Wynik podać w sekundach.

ZADANIE 4. „Obroty”

Andrzej bawił się samochodzikiem Obrotkiem, kuzynem Zygzaka. Rozrysował sobie na podłodze kratkę ze współrzędnymi. Postawił samochodzik na punkcie $(1; 0)$ i chciał zacząć nim jeździć. Jednak nie pasowało mu, że droga wygląda tak pusto, więc zaczął rysować rondo. Pierwsze z nich miało środek w punkcie $(0; 0)$ i taki promień, aby punkt $(1; 0)$, na którym stoi samochodzik był częścią tego rondo. Andrzej przejechał tym rondem jego czwartą część zgodnie z zasadami ruchu drogowego, zatem samochodzik pokonał trasę będącą obrotem punktu $(1; 0)$ o 90° odwrotnie do ruchów wskazówek zegara względem punktu $(0; 0)$. Następnie Andrzej nie zwracał uwagi na poprzednie rondo i rysował nowe w podobny sposób, aby kontynuować podróż. Jeździł więc samochodzikiem (po trasie odpowiednich rond) wokół punktów $(-1; 0)$, $(-1; -1)$, $(0; -1)$ oraz ponownie $(0; 0)$ za każdym razem wykonując jedynie jedną czwartą pełnego obrotu. Jakie współrzędne będzie miał punkt, w którym swoją trasę zakończy samochodzik Andrzeja po przejechaniu pięciu wskazanych rond?

ZADANIE 5. „Rozkład na czynniki”

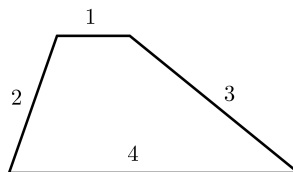
Podaj, ile jest liczb dwucyfrowych, których rozkład na czynniki pierwsze nie zawiera liczb mniejszych niż 6.

ZADANIE 6. „Kości w Słonecznej Krainie”

Miś Fantazy gra z Zagadką w kości. Gra polega na jednoczesnym rzucie trzema standardowymi, sprawiedliwymi sześciennymi kośćmi do gry. Wygrywa ten, kto wyrzuci większą sumę. W przypadku remisu nikt nie wygrywa. Zagadka wyrzuciła 2, 4 i 5. Jakie jest prawdopodobieństwo, że miś Fantazy wygra grę w kości?

ZADANIE 7. „Trapez 1234”

Jakie jest pole trapezu o bokach długości 1, 2, 3 i 4 (patrz rysunek poniżej)?



Rektor Politechniki Wrocławskiej
prof. dr hab. inż. Arkadiusz Wójs

Dziekan Wydziału Matematyki
prof. dr hab. inż. Marcin Magdziarz