



## Matematyczne Pojedynki

### 4. Pojedynek 2022 — Zadania 1-7



#### ZADANIE 1. „Królewna Śnieżka i 7 lewych butów”

Krasnoludki wrzuciły buty do skrzynki. Śnieżka wie, że jest tam 7 butów lewych, a szansa na to, że wyciągną dwa buty będą to prawy i lewy wynosi  $\frac{35}{66}$ . Ile jest w skrzynce butów prawych?

#### ZADANIE 2. „Wieża magów”

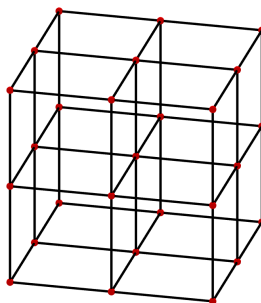
Wieża magów ma trzydzieści pięter ponumerowanych kolejno  $1, 2, 3, \dots, 29, 30$ . Za pomocą zaczarowanej windy można pojechać z piętra o numerze  $n$  do każdego z pięter o numerach  $n + 5, 2n + 3, n - 5$  lub  $\frac{1}{2} \cdot (n - 3)$ , o ile istnieje. Do ilu pięter nie może dostać się czarodziej za pomocą windy, do której wsiadł na piętrze o numerze jeden?

#### ZADANIE 3. „Bagno Shreka”

Ogr Shrek musi posprzątać swoje bagno, co zajmuje mu 2 godziny. Kiedy pomaga mu jego żona Fiona, to sprzątają razem 1 godzinę i 20 minut, ale kiedy pomaga mu jego przyjaciel Osioł, to sprzątają razem 1 godzinę i 36 minut. Ile godzin Shrek będzie sprzątać bagno, jeżeli pomogą mu w tym Fiona i Osioł? Niezależnie od układu wszyscy pracują w niezmiennym tempie.

#### ZADANIE 4. „Sześciiany z zapalek”

Dziewczynka z zapalkami budowała sześciiany z zapalek w taki sposób, że do danego sześcianu dołączała kolejne zapalki tworząc większe sześciiany. Sześciian  $1 \times 1 \times 1$  składa się z 12 zapalek, a  $2 \times 2 \times 2$  z 54 zapalek. Sześcian zawiera w środku zapalki tak, że tworzą one mniejsze sześciiany  $1 \times 1 \times 1$  (patrz rysunek poniżej). Z ilu zapalek składa się sześcian  $5 \times 5 \times 5$ ?



Schemat budowy sześcianu z zapalek. Wersja o krawędzi długości 2 zapalek.

#### ZADANIE 5. „Ciąg Donalda”

Kaczor Donald wymyślił pewien ciąg liczbowy zadany rekurencją w następujący sposób:  $a_1 = 1$  oraz  $a_n = n^{a_{n-1}}$ . Jaka jest cyfra jedności liczby  $a_{2022}$ ?

#### ZADANIE 6. „Promień bezwzględny”

W wielokąt opisany nierównościami:  $y \leq |x - 1| - |x + 1|, x \geq |y - 1| - |y + 1|, y \geq x$ , wpisano okrąg. Jaka jest długość promienia tego okręgu?

#### ZADANIE 7. „Mały Książę”

Mały Książę wyrusza z domu i chce odwiedzić trójkę swoich przyjaciół: pilota, lisa i różę, każdego po 2 razy. Po każdym odwiedzinach zawsze wraca na chwilę do domu by uzupełnić zapasy prowiantu. Na ile sposobów może wybrać kolejność odwiedzin znajomych? Dopuszczalne jest, żeby odwiedził tę samą postać dwa razy z rzędu.