



Matematyczne Pojedynki 3. Pojedynki 2022 — Zadania 1-7



ZADANIE 1. „Lody Jakuba”

Pingwin Jakub przygotował 216 jednakowych kostek lodu o krawędziach długości 1cm, po czym poukładał je na kształt wieży o wymiarach $2 \times 2 \times 54$. Zauważył, że w takiej lodowej wieży można doszukać się 216 lodowych sześciątów o wymiarach $1 \times 1 \times 1$ oraz 53 o wymiarach $2 \times 2 \times 2$, czyli łącznie 269. Następnie przeformował wszystkie 216 kostek tak, że otrzymał nową wieżę w kształcie dużego sześciąnu. Ilu łącznie lodowych sześciątów (o dowolnej długości krawędzi) można doszukać się po przeformowaniu?

ZADANIE 2. „Znajomości”

Na spotkanie przybyły cztery osoby. Każdy zna inną osobę z tego spotkania z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że znajdzie się wśród nich grupa przynajmniej trzech osób, które się ze sobą znają każdy z każdym i jednocześnie grupa przynajmniej trzech osób, w której żadne dwie osoby się ze sobą nie znają?

ZADANIE 3. „Duża figura z trójkątów”

Z trójkątów równobocznych o boku długości 1 ułożono płaską figurę o obwodzie 100 w taki sposób, że każdy z trójkątów ma przynajmniej jeden bok wspólny z innym trójkątem. Ilu co najmniej trójkątów użyto do ułożenia tej figury? Zakładamy, że figura nie ma „dziur”, tzn. jej brzeg jest nieprzecinającą się łamaną zamkniętą.

ZADANIE 4. „Siedem!”

Ile procent wszystkich dzielników liczby $7!$ stanowią liczby nieparzyste?

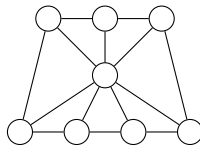
ZADANIE 5. „Maniek”

Maniek, czekając na kolejną epokę lodowcową, postanowił wypisać kolejne dodatnie liczby całkowite, rozdzielając każdą liczbę na cyfry przecinkami. Jaką cyfrę zapisał jako dwa tysiące dwudziestą drugą, jeśli zaczął jak poniżej?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 3, ...

ZADANIE 6. „ $\chi\acute{w}$ $\chi\acute{w}$ $\chi\acute{w}$ ”

Święty Mikołaj chce rozdać prezenty ośmiu rodzinom mieszkającym w punktach oznaczonych wierzchołkami. Są one połączone czternastoma drogami, jak na rysunku. Mikołaj może rozpocząć trasę od dowolnej rodziny, po czym każdą z rodzin może odwiedzić co najwyżej jeden raz. Mikołaj idzie pieszo, nie ma latających sań, to nie te czasy. Na ile sposobów może on wybrać kolejność odwiedzonych rodzin?



ZADANIE 7. „Proste jak ABC”

Ile wyników można otrzymać jako iloczyn parami różnych liczb A, B, C takich, że:

- A jest 2-cyfrową liczbą pierwszą,
- B jest liczbą pierwszą powstałą przez zamianę kolejności cyfr liczby A ,
- C jest liczbą pierwszą, która jest sumą cyfr liczby B powiększoną o 1?