



## Matematyczne Pojedynki 3. Pojedynek 2022 — Zadania 1-7



### ZADANIE 1. „Lody Jakuba”

Pingwin Jakub przygotował 216 jednakowych kostek lodu o krawędziach długości 1cm, po czym poukładał je na kształt wieży o wymiarach  $2 \times 2 \times 54$ . Zauważył, że w takiej lodowej wieży można doszukać się 216 lodowych sześciątów o wymiarach  $1 \times 1 \times 1$  oraz 53 o wymiarach  $2 \times 2 \times 2$ , czyli łącznie 269. Następnie przeformował wszystkie 216 kostek tak, że otrzymał nową wieżę w kształcie dużego sześciątu. Ilu łącznie lodowych sześciątów (o dowolnej długości krawędzi) można doszukać się po przeformowaniu?

### ZADANIE 2. „Pinokio i znajomi”

Za każdym razem, gdy Pinokio powie zdanie fałszywe, to rośnie mu nos. Pinokio zaczął opowiadać o swoich czterech znajomych o różnym wzroście: Ani, Czesi, Janku i Waławie. Mówił następujące zdania:

1. Janek jest najwyższy z nich.
2. Gdyby ustawić znajomych rosnąco wzrostem, to Ania i Czesia nie stałyby obok siebie.
3. Czesia jest wyższa od dokładnie dwóch osób.
4. Waław jest najniższy.
5. Czesia nie jest najniższa.
6. Ania jest niższa od Czesi.

Ile co najmniej razy urósł nos Pinokia po wygłoszeniu tych zdań?

### ZADANIE 3. „Figura z trójkątów”

Z jednakowych trójkątów równobocznych ułożono płaską figurę tak, że każdy z trójkątów ma przynajmniej jeden bok wspólny z innym trójkątem. Z ilu co najmniej trójkątów składa się ta figura, jeżeli wiemy, że nie ma ona osi symetrii ani środka symetrii?

### ZADANIE 4. „Siedem!”

Ile procent wszystkich dzielników liczby  $7!$  stanowią liczby nieparzyste?

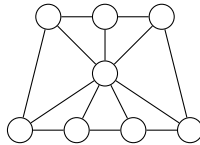
### ZADANIE 5. „Maniek”

Maniek, czekając na kolejną epokę lodowcową, postanowił wypisać kolejne dodatnie liczby całkowite, rozdzielając każdą liczbę na cyfry przecinkami. Jaką cyfrę zapisał jako dwa tysiące dwudziestą drugą, jeśli zaczął jak poniżej?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3 . . .

### ZADANIE 6. „ $\chi\acute{w} \chi\acute{w} \chi\acute{w}$ ”

Święty Mikołaj chce rozdać prezenty ośmiu rodzinom mieszkającym w punktach oznaczonych wierzchołkami. Są one połączone czternastoma drogami, jak na rysunku. Mikołaj może rozpocząć trasę od dowolnej rodziny, po czym każdą z rodzin może odwiedzić co najwyżej jeden raz. Mikołaj idzie pieszo, nie ma latających sań, to nie te czasy. Na ile sposobów może on wybrać kolejność odwiedzonych rodzin?



### ZADANIE 7. „Proste jak ABC”

Ile wyników można otrzymać jako iloczyn parami różnych liczb  $A, B, C$  takich, że:

- $A$  jest 2-cyfrową liczbą pierwszą,
- $B$  jest liczbą pierwszą powstałą przez zamianę kolejności cyfr liczby  $A$ ,
- $C$  jest liczbą pierwszą, która jest sumą cyfr liczby  $B$  powiększoną o 1?

