



Matematyczne Pojedynki

1. Pojedynek 2022 — Zadania 1-7



ZADANIE 1. „Muzykanci z Bremy”

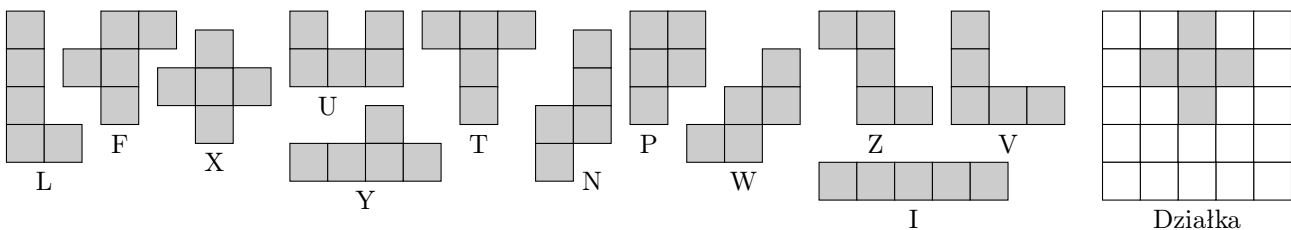
Muzykanci z Bremy są kwartetem składającym się z czterech zwierząt: osła, psa, kota i koguta. Wiedząc, że można ułożyć wieżę ze zwierząt w następujący sposób: kogut nie utrzyma nikogo na grzbiecie, kot tylko koguta, pies jest w stanie utrzymać jednocześnie kota i koguta, a osioł może utrzymać całą resztę zwierząt, ile jest możliwości zaprezentowania się muzykantów (niekoniecznie wszystkich, ale przynajmniej jednego) w jednej wieży (nie obok siebie i nie za sobą)?

ZADANIE 2. „Ali Baba i wielu separatystów”

Ali Baba przez przypadek odnalazł kryjówkę separatystów. Próbował policzyć ilu jest ich w środku. Licząc parami, trójkami, piątkami i siódmkami, zawsze pozostawał mu jeden separatysta reszty. Wiadomo, że liczba separatystów to najmniejsza liczba złożona o tych własnościach. Co ciekawe, jest to kwadrat liczby naturalnej. Jaka jest liczba separatystów?

ZADANIE 3. „Pentak w krainie Pentomin”

Podróżnik Pentak, jadąc Pentolinem przez krainę Pentomin, wypatrył piękną kwadratową działkę o powierzchni $25m^2$, którą postanowił kupić. Chce ją podzielić na 5 rozłącznych parceli w kształcie pentomin, które składają się z pięciu kwadratów o bokach długości 1m (na lewym rysunku podajemy wszystkie 12 możliwych pentomin, z dokładnością do obrotów i symetrii). Sam planuje zamieszkać na centralno-północnej części działki, na terenie pentomina w kształcie X (usytuowanej dokładnie jak na prawym rysunku), a pozostałe 4 parcele przekazać swoim braciom. Na ile sposobów może podzielić działkę na takie parcele (kształty parceli mogą się powtarzać)?



ZADANIE 4. „Waż Sysek”

Waż Sysek bawi się przekształcaniem $s(x)$ zwracającym sumę cyfr liczby x . Sysek wymyślił liczbę naturalną k , która jest stacyfrowa i dzieli się bez reszty przez 9. Ile maksymalnie może wynosić $s(s(k))$?

ZADANIE 5. „Sufit”

Podaj liczbę rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych następującego równania: $\lceil \sqrt[3]{x} \rceil = 100$.

ZADANIE 6. „Syrenka”

Prosta $y = 4$ oddziela wodę od lądu (punkty o drugiej współrzędnej większej niż 4 to morze, a pozostałe punkty to ląd), a odcinki łączące punkty $(0; 0)$ i $(1; 0)$ oraz $(0; 0)$ i $(0; 1)$ mają długość 1m. Syrenka odpoczywała na plaży w punkcie $(0; 0)$. Nagle zobaczyła królewicza tonącego w punkcie $(9; 12)$ i ruszyła mu na ratunek. Ile sekund potrzebowała na dotarcie do królewicza, jeśli pokonała najmniejszą możliwą odległość, na plaży poruszała się z prędkością $1 \frac{m}{s}$, a w wodzie $5 \frac{m}{s}$?

ZADANIE 7. „Siedem kruków”

Siostra musi zrobić koszulę z pokrzyw dla każdego ze swoich siedmiu braci kruków, żeby ich odczarować. Na każdą koszulę potrzebuje takiej samej, podzielnej przez siedem, liczby pokrzyw, a zapis łącznej potrzebnej liczby pokrzyw zawiera przynajmniej jedną cyfrę 7. Ile, co najmniej, pokrzyw potrzeba do odczarowania braci?

