



# Matematyczne Pojedynki

## 1. Pojedynek 2022 — Zadania 1-7



### ZADANIE 1. „Muzykanci z Bremy”

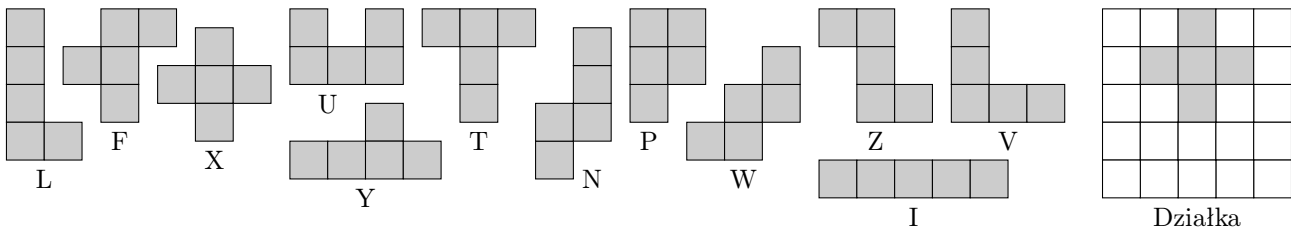
Muzykanci z Bremy są kwartetem składającym się z czterech zwierząt: osła, psa, kota i koguta. Wiedząc, że można ułożyć wieżę ze zwierząt w następujący sposób: kogut nie utrzyma nikogo na grzbiecie, kot tylko koguta, pies jest w stanie utrzymać jednocześnie kota i koguta, a osioł może utrzymać całą resztę zwierząt, ile jest możliwości zaprezentowania się muzykantów (niekoniecznie wszystkich, ale przynajmniej jednego) w jednej wieży (nie obok siebie i nie za sobą)?

### ZADANIE 2. „Ali Baba, jeźdźcy i wielu separatystów”

Czterej jeźdźcy: Ali Baba, Cali Dada, Eli Fafa i Gali Haha, weszli przez przypadek do kryjówki separatystów. Ali zauważył, że można wszystkich (separatystów oraz czwórkę jeźdźców) podzielić na pary; podobnie Cali zauważył, że można wszystkich podzielić na trójki, Eli natomiast, że wszystkich można podzielić na piątki, a Gali, że na siódemki (w każdym z czterech przypadków bez reszty). Wiadomo, że liczba separatystów to najmniejsza liczba złożona pozwalająca na dokonanie takich obserwacji. Ile wynosi ta liczba?

### ZADANIE 3. „Pentak w krainie Pentomin”

Podróżnik Pentak, jadąc Pentolinem przez krainę Pentomin, wypatrzył piękną kwadratową działkę o powierzchni  $25m^2$ , którą postanowił kupić. Chce ją podzielić na 5 rozłącznych parceli w kształcie pentomin, które składają się z pięciu kwadratów o bokach długości 1m (na lewym rysunku podajemy wszystkie 12 możliwych pentomin, z dokładnością do obrotów i symetrii). Sam planuje zamieszkać na centralno-północnej części działki, na terenie pentomina w kształcie X (usytuowanej dokładnie jak na prawym rysunku), a pozostałe 4 parcele przekazać swoim braciom. Na ile sposobów może podzielić działkę na takie parcele (kształty parceli mogą się powtarzać)?



### ZADANIE 4. „Waż Sysek”

Waż Sysek bawi się przekształcaniem  $s(x)$  zwracającym sumę cyfr liczby  $x$ . Sysek wymyślił liczbę naturalną  $k$ , która jest stacyfrowa i dzieli się bez reszty przez 9. Ile maksymalnie może wynosić  $s(s(k))$ ?

### ZADANIE 5. „Podłoga”

Podaj liczbę rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych następującego równania:  $\lfloor \sqrt{x} \rfloor = 100$ .

### ZADANIE 6. „Syrenka”

Prosta  $y = 4$  oddziela wodę od lądu (punkty o drugiej współrzędnej większej niż 4 to morze, a pozostałe punkty to ląd), a odcinki łączące punkty  $(0;0)$  i  $(1;0)$  oraz  $(0;0)$  i  $(0;1)$  mają długość 1m. Syrenka odpoczywała na plaży w punkcie  $(0;0)$ . Nagle zobaczyła królewicza tonącego w punkcie  $(9;12)$  i ruszyła mu na ratunek. Ile sekund potrzebowała na dotarcie do królewicza, jeśli pokonała najmniejszą możliwą odległość, na plaży poruszała się z prędkością  $1 \frac{m}{s}$ , a w wodzie  $5 \frac{m}{s}$ ?

### ZADANIE 7. „Siedem kruków”

Siostra musi zrobić koszulę z pokrzyw dla każdego ze swoich siedmiu braci kruków, żeby ich odczarować. Na każdą koszulę potrzebuje takiej samej, podzielnej przez siedem, liczby pokrzyw, a zapis łącznej potrzebnej liczby pokrzyw zawiera przynajmniej jedną cyfrę 7. Ile, co najmniej, pokrzyw potrzeba do odczarowania braci?

