



Matematyczne Pojedynki 2. Batalia 2022 — Zadania 1-6



Link do ankiety: <https://forms.gle/JXvXNDeu9tBhDFqH8>

ZADANIE 1. „Karciane spotkania Alicji”

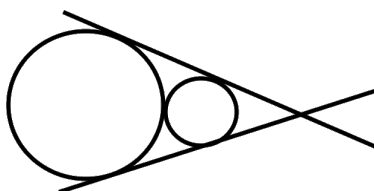
W Krainie Czarów istnieje dokładnie jedna talia kart, która składa się z czterech kolorów po 13 kart każdy (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K). Alicja spotkała już na swej drodze asa pik, asa kier oraz trójkę pik. Następnie spotkała kolejne dwie karty i jednocześnie wie, że pozostało jeszcze 9 kart o niespotkanym przez nią dotąd ani kolorze ani wartości. Jaka jest najmniejsza możliwa suma wszystkich pięciu spotkanych kart, jeżeli wartości asa (A), waleta (J), damy (Q) i króla (K) to odpowiednio 1, 11, 12 i 13, a pozostałe wartości kart odpowiadają liczbom na kartach?

ZADANIE 2. „Następna po 1001”

Liczba $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ jest iloczynem trzech kolejnych liczb pierwszych. Jaka jest następna liczba o tej własności?

ZADANIE 3. „Kąt i okręgi”

Dwa okręgi, jeden o promieniu 3, a drugi o promieniu 1, są styczne zewnętrznie. Proste l i k nie są równoległe i są styczne do obu tych okręgów, każda w dwóch różnych punktach (patrz rysunek poniżej). Jaki jest kosinus kąta ostrego między prostymi l i k ?



ZADANIE 4. „Moneta Bolka i Lolka”

Bolek i Lolek grają w grę polegającą na rzucaniu monetą. W rzutach wypada orzeł lub reszka z jednakowym prawdopodobieństwem równym $\frac{1}{2}$. Chłopcy ustalili, że jeśli w dwóch kolejnych rzutach wypadną dwa orły, to gra się natychmiast kończy i wygrywa Bolek, natomiast gdy wypadnie reszka a następnie orzeł, to gra również się kończy i wygrywa Lolek. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej Lolka?

ZADANIE 5. „Pole trójkąta w 3D”

Jakie jest pole trójkąta ABC o wierzchołkach w punktach $A = (-1; 1; 0)$, $B = (1; 4; 1)$, $C = (0; 4; 2)$?

ZADANIE 6. „Kwadrat i sześcián”

Jaka jest najmniejsza liczba złożona, która jest jednocześnie kwadratem dodatniej liczby całkowitej oraz sześciánem dodatniej liczby całkowitej?

